

Cosinussatz und Sinussatz

Cosinussatz:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \quad \text{bzw.} \quad \frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \text{bzw.} \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

Übungen

1. Mit den Werten $a = 628 \text{ m}$ und $b = 719 \text{ m}$ erhielt eine Gruppe für c den Wert $c = 1000 \text{ m}$. Zeige, dass für den Winkel γ gilt: $\gamma > 90^\circ$.
2. Zwei geradlinige Arme eines Flussdeltas, die einen Winkel von $39^\circ 40'$ bilden, schneiden ein dreieckiges Stück Land ab. Wie gross ist der Flächeninhalt des Landstückes, wenn die Arme $17,4 \text{ km}$ und $34,3 \text{ km}$ lang sind?
3. Die Kräfte mit den Beträgen 20 N und 12 N wirken unter einem Winkel von 40° auf einen Punkt. Berechne den Betrag der Resultierenden Kraft und den Winkel zwischen ihr und der ersten Kraft.
4. In einer anderen Gegend soll ebenfalls ein Tunnel gebaut werden. Leider ist das Gelände so beschaffen, dass eine direkte Messung der Entfernung der Punkte A und B von C nicht möglich ist. Man steckt daher von C aus eine weitere Strecke s zu einem Punkt D ab und misst die eingetragenen Winkel.

Bestimme c , wenn folgende Strecken und Winkel bekannt sind:

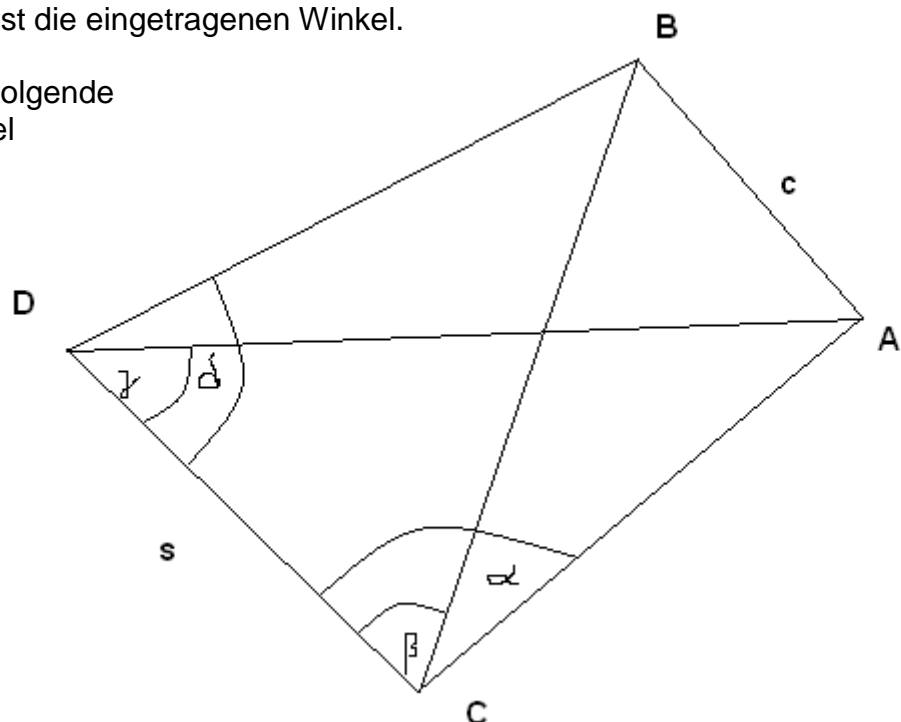
$$s = 739,5 \text{ m}$$

$$\alpha = 111,8^\circ$$

$$\beta = 50,9^\circ$$

$$\gamma = 33,1^\circ$$

$$\delta = 84,9^\circ$$



5. Die Kraft mit dem Betrag $R = 100 \text{ N}$ soll in zwei Komponenten, die unter einem Winkel von 70° auf einen Punkt wirken, zerlegt werden. Die gegebene Kraft bildet mit der einen Komponente einen Winkel von 20° . Berechne die Beträge der Komponenten.
6. Zwei Autos mit den Geschwindigkeiten (55 km/h bzw. 68 km/h) fahren gleichzeitig von einer Strassengabelung (106°) geradlinig weg. Wie weit sind sie 25 Minuten später voneinander entfernt (Luftlinie)?
7. Wie lang sind die Diagonalen eines Rhombus mit $a = 4,3 \text{ cm}$ und $\alpha = 74^\circ$?
8. Bestimme Winkel und Diagonalen eines Drachens mit $a = 3,7 \text{ cm}$, $b = 5,8 \text{ cm}$ und $\alpha = 112^\circ$.
9. Eine Zahnradbahn steigt auf einer Strecke $s = 1350 \text{ m}$ mit $13,5 \%$. Wie gross ist der Neigungswinkel und der Höhenunterschied?
10. Zwei gerade Eisenbahnstrecken schliessen den Winkel $\gamma = 115^\circ$ ein. Sie sollen durch einen Kreisbogen verbunden werden, der in A und B berührend in die Gerade übergeht. Wie gross ist sein Radius, wenn $\overline{AB} = 480 \text{ m}$ beträgt?
11. Berechne die Winkel eines Trapezes ABCD, wenn die Grundlinien $\overline{AB} = 7 \text{ cm}$ und $\overline{CD} = 3 \text{ cm}$ sowie die Schenkel $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$ und $\overline{AD} = 5 \text{ cm}$ gegeben sind.
12. In einem Parallelogramm ABCD ist $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$ und $\angle ABC = 125^\circ$. Berechne die Länge der beiden Diagonalen.
13. Von einem gleichschenkligen Dreieck sind gegeben: $c = 10 \text{ cm}$, $\alpha = 51,12^\circ$. Berechne w_α .
14. Berechne die fehlenden Seiten und Winkel eines Dreiecks, von dem gegeben sind:
 - a) $a = 12 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$, $\gamma = 60^\circ$
 - b) $a = 35,247 \text{ km}$, $c = 40,391 \text{ km}$, $\beta = 143,91^\circ$

Lösungen

1. $= 95,6^\circ$
2. $190,5 \text{ km}^2$
3. 30 N ; $14,8^\circ$
4. $c = 942,22 \text{ m}$
5. $36,4 \text{ N}$; $81,5 \text{ N}$
6. 41 km
7. $6,86 \text{ cm}$; $5,1 \text{ cm}$
8. $92,1^\circ$, $63,8^\circ$, $6,13 \text{ cm}$, $6,99 \text{ cm}$
9. $7,68^\circ$, $180,61 \text{ m}$
10. $r = 284,56 \text{ m}$
11. $55,77^\circ$; $82,82^\circ$; $97,18^\circ$; $124,23^\circ$
12. $7,15 \text{ cm}$, $4,1 \text{ cm}$
13. 8 cm
14. $10,8 \text{ cm}$, $73,9^\circ$, $46,1^\circ$ b) $71,93 \text{ km}$, $16,7^\circ$, $19,3^\circ$