

Funktionen: $y = f(x)$

1. Allgemeines zu Funktionen

Definition:

Sind zwei Zahlenmengen A und B gegeben und wird jedem Element x der Menge A eindeutig ein Element y der Menge B zugeordnet, so bezeichnet man diese Zuordnung als **Funktion**.

Schreibweise: $f: A \rightarrow B$ oder $x \mapsto y$ oder $y = f(x)$

(Lies „Funktion von A nach B, welche der Zahl x die Zahl y (gleich f von x) zuordnet“.)

x heisst **unabhängige Variable**, y **abhängige Variable**.

Die Ausgangsmenge A heisst **Definitionsmenge** (Definitionsbereich) **ID** der Funktion f. Ihre Elemente bezeichnet man häufig mit x. Man nennt x Funktionsstelle (oder kurz Stelle) oder Argument.

Die Menge B heisst Wertevorrat. Die Menge der zugeordneten Elemente, eine Teilmenge von B, nennt man **Wertemenge** (Wertebereich) **IW** der Funktion f. Ihre Elemente bezeichnet man häufig mit y. Man nennt y Funktionswert oder Bild von x.

Eine Funktion lässt sich mit einer **Wertetabelle** oder einem Pfeildiagramm oder einem **Graphen** oder mit einer **Funktionsgleichung** darstellen.

Um eine Wertetabelle zu erstellen, wählt man einige Werte für x und berechnet über die Funktionsvorschrift jeweils das zugehörige y:

x	-2	-1	0	1	2
y	$f(-2)$	$f(-1)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$

Mit Hilfe der Wertetabelle kann ich nun die Funktion graphisch darstellen, indem ich die berechneten Punkte in ein Koordinatensystem einzeichne und verbinde.

Da eine Funktion eine eindeutige Zuordnung ist – d.h. jedem x wird genau ein y zugeordnet, nicht etwa zwei oder drei – kann ich anhand einer Grafik entscheiden, ob es sich um die grafische Darstellung einer Funktion handelt: Dazu muss ich mir nur die y-Achse nach links oder rechts verschoben vorstellen, schneidet sie dabei den Graphen irgendwo mehr als einmal, handelt es sich nicht um eine Funktion. Man spricht dann von einer Relation (eine Zuordnung).

Der Punkt, an dem der Graph die y-Achse schneidet, nennt man

y-Achsenabschnitt: $P(0|y)$ (beachte: $x = 0$). Da eine Funktion eine eindeutige Zuordnung ist, kann sie nur einen einzigen y-Achsenabschnitt besitzen.

Die Punkte, an denen der Graph die x-Achse schneidet, nennt man die **Nullstellen** der Funktion: $Q(x|0)$ (beachte: $y = 0$).

2. Funktionen 1. Grades (lineare Funktionen)

Die allgemeine Funktionsgleichung einer Funktion ersten Grades (oft auch lineare Funktion genannt) lautet:

$$y = mx + b.$$

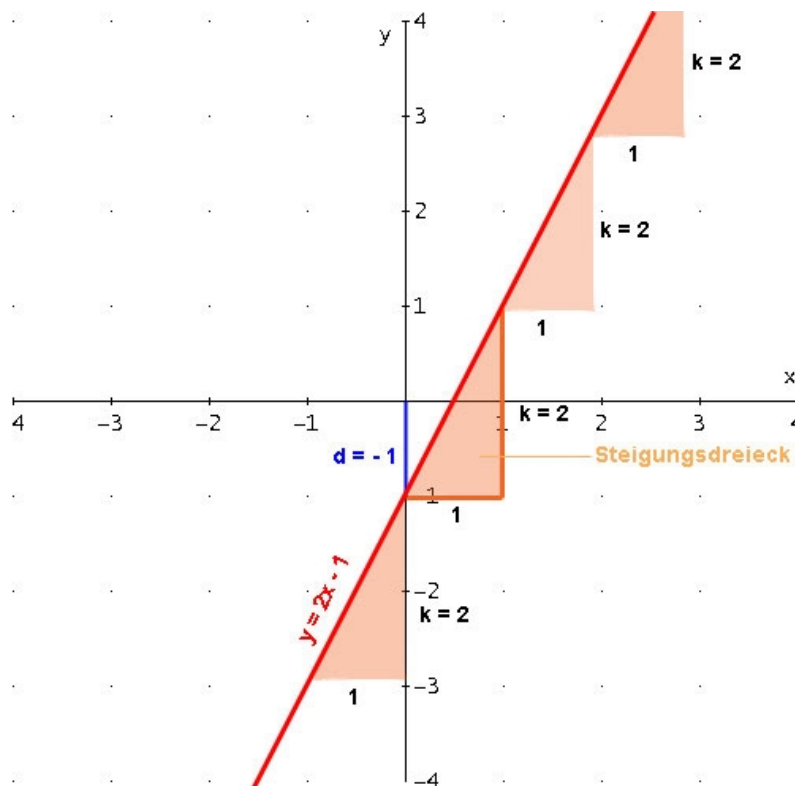
Der Graph einer Funktion ersten Grades ist eine Gerade.

m ist die **Steigung** der Geraden:

- ist m positiv ($m > 0$): steigt die Gerade von links nach rechts,
- ist m negativ ($m < 0$): fällt die Gerade von links nach rechts
- ist $m = 0$: ist die Gerade parallel zur x-Achse.

b ist der **y-Achsenabschnitt** der Geraden. Ist $b = 0$, verläuft die Gerade durch den Nullpunkt (Ursprung), man nennt sie auch eine Proportionalität.

Eine Funktion ersten Grades hat eine konstante Steigung, welche durch das Steigungsdreieck verdeutlicht werden kann:



Wir haben die Steigung als $\tan\alpha$ definiert, somit gilt jetzt: $m = \tan\alpha$. Da der Tangens das Verhältnis der Gegenkathete zur Ankathete ausdrückt im rechtwinkligen Dreieck, erfolgt sofort, dass die Steigung m einer linearen Funktion das Steigungsdreieck definiert. Dazu kann die Gegenkathete als m und die Ankathete als 1 angeschaut werden.