Stereometrie

Aufgabe 1
Eine Pyramide hat eine rechteckige Grundfläche mit der Länge a = 12 cm und der Breite b = 6 cm. Das Volumen der Pyramide beträgt 240 cm^3.
a) Berechne die Höhe der Pyramide
b) Der Pyramide wird 7.5 cm über der Grundfläche die Spitze abgeschnitten. Wie viel Prozent des Pyramidenvolumens sind noch übrig?

[a) 10cm b) 98.44%]

Aufgabe 2
Eine Tasse ist 6 cm tief. Ihre obere innere Weite beträgt 12 cm, die untere innere Weite misst 5 cm. Die Tasse ist rund. Es handelt sich um einen Kegel.
Wie viele Tassen kann man mit einem 2-Liter Teekrug füllen?

[5 Tassen à 0.359 Liter]

Aufgabe 3
Eine Sanduhr in Gestalt eines Doppelkegels ist soeben umgedreht worden. Aller Sand befindet sich wieder im oberen Teil und hat dort selbst die Gestalt eines geraden Kreiskegels mit Grundkreisradius r = 4.2 cm und Höhe h = 10 cm. Der Sand rinnt nun gleichmässig nach unten, und nach einiger Zeit hat die Höhe des oberen Sandkegels um 3 cm abgenommen.
a) Wie viele cm^3 Sand sind in der Sanduhr?
b) Wie viele cm^3 Sand sind bereits hinuntergerieselt?
c) Wie viele Minuten sind seit dem Umdrehen verstrichen, wenn die ganze Sandmenge in 1 Stunde hinunterrieselt?

[a) 184.73 cm^3 b) 121.36 cm^3 c) 39.42 min.]

Aufgabe 4
Bei einer regelmässigen sechsseitigen Pyramide mit einer Grundkante von a = 3 cm misst die Höhe 8 cm. Wie viele Prozente des ganzen Oberflächeninhalts macht die Mantelfläche aus?

[76.4 %, G = 23.38 cm^2, 6 SF: 75.7 cm^2]

Aufgabe 5
Die chinesische Mauer ist 3460km lang. Ihr Querschnitt ist ein durchschnittlich 8 m hohes Trapez, das unten 7.5 m und oben 6 m breit ist. Welches Volumen hat die Mauer?

[V = $1.8684 \cdot 10^8$ m^3]

Aufgabe 6
Gibt es eine Kugel, bei der die Masszahlen von Oberfläche und Volumen übereinstimmen?

[Ja, wenn r = 3cm]

Aufgabe 7
Gegeben ist ein grosser und ein kleiner Würfel. Das Volumen des kleinen Würfels ist ein Achtel des Volumens des grossen Würfels. Wie viele Prozent der Oberfläche des grossen Würfels entsprechen der Oberfläche des kleinen Würfels?

[25%]

Lösungen

Aufgabe 1

a) V = $\frac{1}{3}$(6·12)h = 240, also h = 10 cm.

b) Gemäss Strahlensatz gilt: 10 : 2.5 = 12 : a', also a' = 3 cm
Analog: 10 : 2.5 = 6 : b', also b' = 1.5 cm.

$V_{kleiner} = \frac{1}{3}\cdot 7.5\cdot\left(12\cdot 6+\sqrt{72\cdot 4.5}+3\cdot 1.5\right)=236.25$ cm³

$\frac{V_{kleiner}}{240} = 0.9844$ = 98.44 %

Aufgabe 2

Gerader Kreiskegel: Aus den Strahlensätze folgt: 6 : 2.6 = (6 + x) : x, x = 4.28 cm

$V_G = \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 6^2\cdot 10.28 = 387.55$ cm²

$V_K = \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 2.5^2\cdot 4.28 = 28.01$ cm²

Also hat eine Tasse einen Inhalt von 0.359 Liter. Somit kann man mit 2 Litern 5 Tassen füllen.

Aufgabe 3

a) Kreiskegel: V = $\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 4.2^2\cdot 10 = 184.73$ cm³

b) Strahlensatz: 4.2 : x = 10 : 7, also x = 2.94 cm

184.73 - $\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 2.94^2\cdot 7 = 121.37$ cm³

c) 60 Min = 184.73 cm², also 121.37 cm³ = 39.42 Min.

Aufgabe 4

Grundseite: besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken: A = $6\cdot\frac{9}{4}\sqrt{3}$ = 23.38 cm²

6 Seitenflächen: Gleichseitige Dreiecke: Grundseite = 3 cm,
die beiden anderen: $\sqrt{8^2+3^2} = 8.54$cm.

Höhe des Dreiecks: $\sqrt{(8.54)^2-(1.5)^2}$ = 8.41, 6 Dreiecke: 6*12.61 = 75.7 cm².

$\frac{75.7}{(75.7+23.38)} = 0.764$

Aufgabe 5

$\frac{(6+7.5)}{2}\cdot 8\cdot 3'460'000$ = 1.8684· 10⁸ m³

Aufgabe 6

$V_{Kugel} = S_{Kugel}$: $\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$, also r = 3 cm

Aufgabe 7

$x^3 = 8y^3$, also x = 2y.